

Aigul Shaikhanova* – PhD, associate professor, scientific project coordinator, TSARKA R&D LLP, Astana, Republic of Kazakhstan; e-mail: igul.shaikhanova@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6006-4813>.

Kamil Ayapbergenov – Systems Engineer, TSARKA R&D LLP, Astana, Republic of Kazakhstan; e-mail: ayapbergenov.kamil@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-3906-1873>.

Igor Seniushin – Project Manager, TSARKA R&D LLP, Astana, Republic of Kazakhstan; e-mail: sigor@cybersec.kz. ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-4479-4478>.

Raikhan Muratkhan – PhD, Researcher, TSARKA Labs LLP, Astana, Republic of Kazakhstan; e-mail: raikhan.muratkhan@mail.ksu.kz. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2030-8948>.

Поступила в редакцию 20.07.2025

Поступила после доработки 20.08.2025

Принята к публикации 21.08.2025

[https://doi.org/10.53360/2788-7995-2025-3\(19\)-5](https://doi.org/10.53360/2788-7995-2025-3(19)-5)

FTAXP: 50.47.29



Қ. Махамбетов*, Б.А. Бельгибаев¹, N. Kunicina²

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,
050040, Қазақстан Республикасы, Алматы қ., Аль-Фараби к-сі, 71

²Riga Technical University
LV-1048, Latvia, Riga, Ķīpsalas Street, 6A

*e-mail: 1998kaldybek@gmail.com

ТАМАҚ ӨНЕРКӘСІБІНДЕ ЦИФРЛЫҚ ЕГІЗДЕРДІ ҚҰРУ ҮШІН MATLAB PDE TOOLBOX КӨМЕГІМЕН ТЕРМОДИНАМИКАЛЫҚ ПРОЦЕСТЕРДІ МОДЕЛЬДЕУ

Аңдатпа: Мақалада MATLAB PDE Toolbox көмегімен тамақ өнеркәсібінің өндіріс жүйелеріндегі термодинамикалық процестерді модельдеу тәсілі қарастырылады. Зерттеудің негізгі мақсаты – жылу процестерін имитациялауға және өндірістік операцияларды оңтайландыруға мүмкіндік беретін цифрлық егіздерді құру. Зерттеу барысында модельдеудің дәлдігі мен сенімділігін қамтамасыз ететін Нейман және Дирихле шекаралық шарттарын ескере отырып, жылу өткізгіштік теңдеулерін қолдануға баса назар аударылады. 2D кеңістігіндегі температура өрістерінің динамикалық өзгерістерін көрсететін есептеу эксперименттерінің нәтижелері берілген. Температураның таралуына жылу өткізгіштік, тығыздық және меншікті жылу сыйымдылығы сияқты физикалық параметрлердің әсеріне басты назар аударылады. Алынған мәліметтерді тамақ өнеркәсібіндегі өндірістік процестердің энергия тиімділігі мен сапасын арттыру үшін пайдалануға болады.

Зерттеу нәтижесінде MATLAB PDE Toolbox жүйесінде температуралық өрістерді сипаттайтын модель әзірленді. Әзірленген модель цифрлық егіздер саласындағы әрі қарай зерттеулерге және SIEMENS NX сияқты өнеркәсіптік модельдеу құралдарымен, сондай-ақ PML платформаларымен интеграциялау үшін негіз болады. Осы зерттеу барысында модельдің оңтайлы параметрлерін анықтау үшін әртүрлі жылу беру коэффициенттері мен шекаралық шарттар сыналған. Мақаланың соңында ұсынылған соңғы нәтиже термодинамикалық процестердің біркелкі және дұрыс таралуын көрсетеді, ұсынылған тәсілдің тиімділігін растайды. Болашақта бұл тәсілді термиялық процестерді талдауға ғана емес, сонымен қатар технологиялық процестердің бейімділігі мен тиімділігін арттыра отырып, термиялық өңдеуді басқарудың интеллектуалды жүйелерін дамытуға мүмкіндік беретін күрделі виртуалды өндіріс жүйелерін құру үшін пайдалануға болады.

Түйін сөздер: цифрлық егіздер, жылу беру, MATLAB PDE Toolbox, FEM, жылу теңдеуі, шекаралық шарттар, цифрлық модельдеу, температуралық өрісті талдау, энергия тиімділігі, жылулық процесті оңтайландыру.

Кіріспе

Тамақ өнеркәсібіндегі технологиялық процестерді жобалау және оңтайландырудың заманауи тәсілдері цифрлық егіз тұжырымдамасын белсенді түрде қолданады [1]. Бұл виртуалды модельдер өндіріс жүйелерінің әрекетін нақты уақыт режимінде талдауға және болжауға мүмкіндік береді, осылайша олардың тиімділігін арттыруға, энергия шығындарын азайтуға және өнім сапасын жақсартуға көмектеседі [2].

Цифрлық егіздерді құрудың негізгі аспектілерінің бірі материалдардың физикалық қасиеттері мен сыртқы әсерлердің күрделі өзара әрекеттесуін ескере отырып, жылу алмасу сияқты термодинамикалық процестерді модельдеу болып табылады. Мұндай модельдерді құру үшін жылу алмасу есептерін жоғары дәлдікпен шешу үшін күрделі геометриялық объектілерді элементтердің соңғы санына бөлуге мүмкіндік беретін ақырлы элементтер әдісі (FEM) қолданылады. FEM жылу теңдеулерінің цифрлық шешімін қамтамасыз етеді, оның ішінде Нейман және Дирихле шарттары сияқты күрделі шекаралық шарттарды қарастыру [3].

Бұл жұмыста MATLAB PDE Toolbox FEM енгізу құралы ретінде пайдаланылады, ол жылу процестерін модельдеу және талдау үшін кең мүмкіндіктер береді. Бұл құрал жылу өткізгіштік, тығыздық және меншікті жылу сыйымдылығы сияқты материалдардың физикалық параметрлерін көрсетуге және модельдеу нәтижелерін температура өрістері ретінде визуализациялауға мүмкіндік береді.

Жұмыс аясында келесі міндеттер қойылады:

- Жылуөткізгіштік, тығыздық және меншікті жылу сыйымдылығы сияқты физикалық параметрлердің жылу алмасу процесіне әсерін талдау.
- Модельдеу дәлдігін арттыру үшін Нейман және Дирихле шекаралық шарттарын қолдану.
- Құрылған модельдің әлеуетін көрсету үшін температура өрісінің динамикасын визуализациялау.

Бұл зерттеудің мақсаты температуралық өрістердегі динамикалық өзгерістерді есепке алуға мүмкіндік беретін ақырлы элементтер әдісін (FEM) қолдану арқылы 2D кеңістіктегі жылу процестерінің цифрлық моделін әзірлеп, тамақ өнеркәсібінің цифрлық егізін құру болып табылады. Себебі цифрлық егіз қарқынды дамып келе жатқан Industry 4.0 концепциясының ажырамас бір бөлігі бола отырып, өте көп мүмкіндіктерге жол ашады. Цифрлық егіз, өнеркәсіптегі процесстердің дәл көшірмесі ретінде өнеркәсіпті оңтайлы басқаруға, бақылауға, жаңаша өзгерістердің процесске ықпалын аз ғана шығынмен зерттеуге, болжауға, ауыстыру қажет бөлшектерді алдын ала көруге мүмкіндік береді. Зерттеудің түпкілікті мақсаты өнеркәсіптің осындай жетілдірілген цифрлық егізін құру.

Теориялық негіздері мен әдістері

Жылу процестері температура айырмашылығынан туындаған материалдың ішінде немесе объектілер арасында жылу энергиясын беруді сипаттайды. Бұл процестер инженерлік және өндірістік тапсырмаларда, әсіресе тамақ өнеркәсібінде, өнімнің сапасын қамтамасыз ету және энергия шығындарын оңтайландыру үшін температураны қатаң бақылау қажет болатын сәтте негізгі рөл атқарады. Жылу берудің негізгі механизмдері:

Кондукция (жылу өткізгіштік): молекулалардың, атомдардың немесе электрондардың өзара әрекеттесуіне байланысты жылу энергиясын зат арқылы беру. Өткізгіштік қатты денелерде, сұйықтарда және газдарда болады, бірақ осы мақаланың контекстінде қатты материалдар арқылы жылу алмасуға баса назар аударылады. Өткізгіштік модельдеу цифрлық егіздерді құруға тікелей әсер ететін пештер немесе жылу алмастырғыштар сияқты өндірістік активтер ішінде температураның қалай бөлінетіні туралы түсінік береді.

Конвекция: жылу энергиясын сұйық немесе газ ағындары арқылы беру. Тамақ өнеркәсібінің өндірістік процестерінде конвекция, мысалы, өнімдер ауа, сұйықтық ағынымен қыздырылған немесе салқындаған кезде пайда болуы мүмкін. Бұл мақалада конвекция пеш-шкаф ішіндегі жылу таралуы ішкі фактор ретінде қарастырылады [3].

Жартылай дифференциалдық теңдеулер (PDEs) – бірнеше айнымалылардың белгісіз функциясының жеке туындылары бар теңдеулер. Олар жылу алмасу, толқынның таралуы, гидродинамика және басқа да көптеген физикалық процестерді сипаттайтын қуатты құрал болып табылады [4].

Дербес дифференциалдық теңдеудің жалпы түрін былай жазуға болады:

$$F \left(x_1, x_2, \dots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j}, \dots \right) = 0, \quad (1)$$

Мұндағы (1-формула) $u = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$ белгісіз функция, ал F берілген функция, оған u , оның бірінші, екінші немесе жоғары ретті ішінара туындылары кіруі мүмкін. Жартылай дифференциалдық теңдеулер келесіге бөлінеді: параболалық теңдеулер: уақыт өте келе

болатын модельдік процестер, мысалы, жылу теңдеуі; гиперболалық теңдеулер: толқындық процестерді сипаттайды, мысалы, толқындық теңдеу; эллиптикалық теңдеулер: стационарлық процестерді сипаттайды, мысалы, Лаплас немесе Пуассон теңдеуі. Бұл мақала температуралық өрістердің уақытша динамикасын модельдейтін параболалық жылу теңдеуін қарастырады.

Жылу өткізгіштік теңдеуі. Жылулық процестерді модельдеудің негізгі математикалық құралы жылу теңдеуі – температураның $T(x,y,z,t)$ кеңістікте және уақытта таралуын сипаттайтын ішінара дифференциалдық теңдеу болып табылады[5]. Жалпы, былай жазылады:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q, \quad (2)$$

мұндағы, (2-формула): ρ – материалдың тығыздығы, кг/м^3 ; c – меншікті жылу сыйымдылығы, $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$; T – температура, K ; k – жылу өткізгіштік коэффициенті, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$; Q – жылу көздерінің қарқындылығы, Вт/м^3 ; t – уақыт, с ; $\nabla \cdot (k \nabla T)$ – жылу ағынының дивергенциясы. Теңдеу өткізгіштік пен ішкі жылу көздерінің температураның өзгеруіне қалай әсер ететінін сипаттайды. Бұл жағдайда жылу алмасуды сипаттайтын шекаралық шарттар арқылы конвекцияның әсері ескеріледі [5]. Мақаланың тақырыбына ең сәйкес келетін екі өлшемде бұл теңдеу былай жазылады:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + Q. \quad (3)$$

Бұл теңдеу (3-формула) температураның жылу өткізгіштікке, жылу көздеріне және материалдың физикалық параметрлеріне байланысты қалай өзгертетінін көрсетеді. PDE дұрыс шешу үшін шекаралық шарттарды орнату маңызды:

1. Дирихле шарттары (бірінші түрі): шекарада функцияның тұрақты мәні көрсетіледі:

$$T(x,y,z,t) = T_0 \quad \text{В}_T \text{ шекарасында.} \quad (4)$$

2. Нейман шарттары (екінші түр): шекарадағы функцияның (жылу ағынының) қалыпты туындысының мәні көрсетіледі:

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = q_0 \quad \text{В}_q \text{ шекарасында.} \quad (5)$$

Бұл шекаралық шарттар физикалық модельдің нақты жағдайларға сәйкестігін қамтамасыз ете отырып, PDE шешімі үшін контекстті белгілейді. PDE аналитикалық шешімі үшін айнымалыларды бөлу әдістері, Фурье және Лаплас түрлендірулері қолданылады, бірақ күрделі облыстар мен шекаралық шарттар үшін бұл әдістер көп еңбекті қажет етеді немесе мүмкін емес. Бұл жағдайда цифрлық әдістер қолданылады, соның ішінде:

- Ақырғы айырмашылық әдісі (FDM): айырмашылық схемаларын пайдаланып тордағы туынды құралдарды жуықтайды.
- Ақырлы элементтер әдісі (FEM): доменді шекті элементтерге бөледі, оның ішінде функция негізгі функцияларды қолдану арқылы жуықталады [6].
- Ақырғы көлем әдісі (FVM): сұйықтық динамикасы сияқты ағынды сақтау мәселелері үшін қолданылады.

Осы мақаланың мақсаттары үшін MATLAB PDE құралдар жинағында енгізілген FEM пайдаланылады. Бұл құрал күрделі геометриялар үшін PDE тиімді шешуге мүмкіндік береді және шекаралық жағдайлардың әртүрлі түрлерін ескереді. Термодинамикалық процестерді модельдейтін цифрлық егіздер материалдар ішіндегі және арасындағы жылу алмасуды сипаттау үшін PDE-ге сүйенеді. Жылу өткізгіштік теңдеулерін шешу мыналарға мүмкіндік береді:

- Оңтайлы өңдеу шарттарын жобалау үшін температураның уақыт бойынша өзгертін үлгісі.
- Материалдың физикалық параметрлерінің (тығыздығы, жылу өткізгіштігі, жылу сыйымдылығы) жылу процестеріне әсерін талдау.

Бұл аспектілер өндіріс процестерінің сапасы мен энергия тиімділігін арттыру үшін тамақ өнеркәсібінде қолданылатын дәл және функционалды цифрлық егіздерді құрудың кілті болып табылады.

Модельді жүзеге асыру

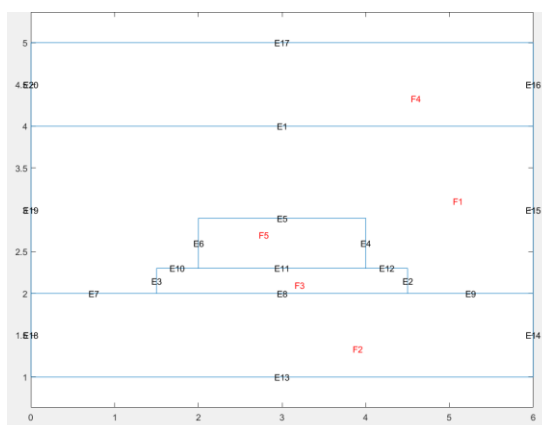
MATLAB PDE Toolbox ішінара дифференциалдық теңдеулермен (PDE) сипатталған есептерді цифрлық түрде шешуге арналған аса жоғарғы сатылы құрал болып табылады [7]. Ол жылу беруді, құрылымдық механиканы, электромагниттік өрістерді және басқа физикалық процестерді қоса алғанда, мәселелердің кең ауқымын қамтиды. Бұл жұмыста MATLAB PDE құралдар жинағы уақытша және кеңістіктік динамикаларды ескере отырып, 2D форматында жылу процестерін имитациялау үшін пайдаланылады.

Модельдеудің мақсаты жоғарыда аталған факторларды: материалдың физикалық параметрлерін, шекаралық жағдайларды және ішкі жылу көздерінің болуын ескере отырып, екі өлшемді аймақта уақыт бойынша температураның $T(x,y,t)$ өзгеруін талдау болып табылады. Есептің математикалық тұжырымы жылу өткізгіштік теңдеуіне негізделген (формула 2).

Бірінші қадам 1-суретте көрсетілген геометриялық модельді құру және «Boundary Mode» режимі арқылы Нейман және Дирихле шекаралық шарттарын белгілеу болып табылады [8]. Болашақта модельдің жеке аймақтары келесі рөлдерді орындайды:

- F2 және F4 – жылу көздерін имитациялайтын аумақтар;
- F3 – дайындалатын өнімді салатын ыдыс (материал: металл);
- F5 – тағам өнімін білдіретін қамыр;
- F1 – пеш ішіндегі орта.

Бұл тәсіл термодинамикалық процестің физикалық жағдайларын дәл шығаруға мүмкіндік береді.



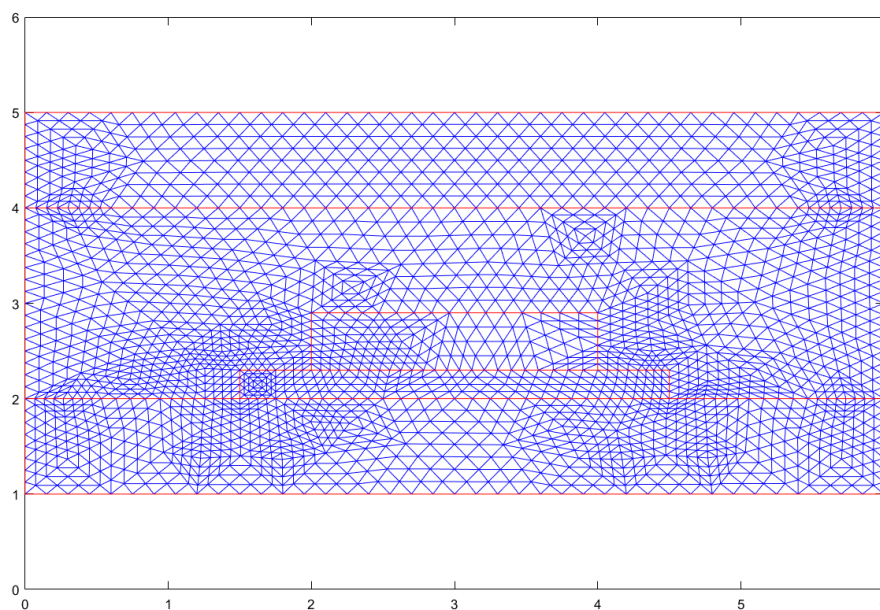
1 сурет – Геометриялық модель Boundary Mode

Келесі кезеңде «PDE Specification» бөлімі әрбір аймақ үшін толтырылады, онда мәселені шешуге қажетті негізгі параметрлер көрсетіледі (2-сурет). Термодинамикалық процестерді ең дәл сипаттайтын теңдеу түрі ретінде параболалық теңдеу таңдалады [9].

Type of PDE:	Coefficient	Value	Description
☐ Elliptic	rho		Density
☒ Parabolic	C		Heat capacity
☐ Hyperbolic	k		Coeff. of heat conduction
☐ Eigenmodes	Q		Heat source
	h		Convective heat transfer coeff.
	Text		External temperature

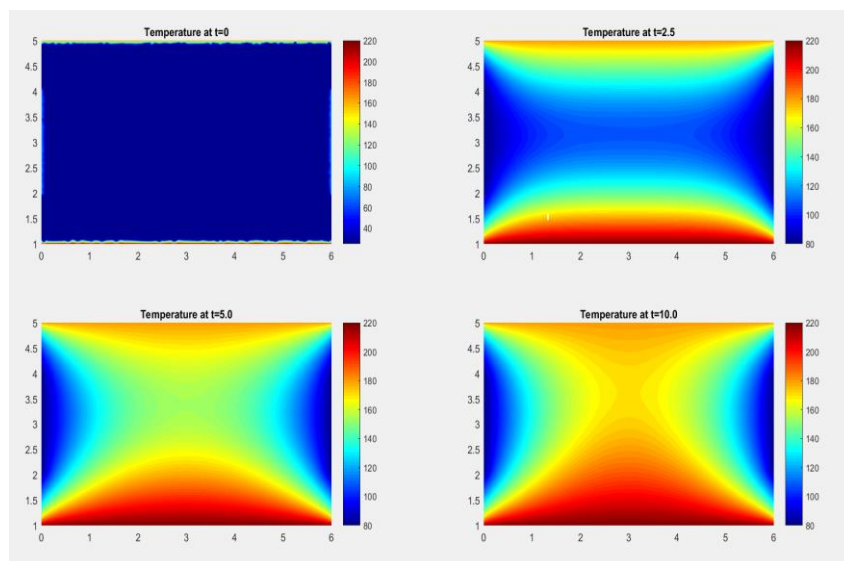
2 сурет – PDE Specification

Содан кейін триангуляция торы инициализацияланады. Егер кескін дәлдігін арттыру қажет болса, үшбұрышты элементтердің санын көбейтуге болады (3-суретті қараңыз).



3 сурет – Триангуляциялық торды инициализациялау

Триангуляциялық торды инициализациялаудан кейін үлгіні іске асыру процесі аяқталады және модельдеу нәтижелерін көрсету үшін параметрлерді конфигурациялау ғана қалады.



4 сурет – MATLAB PDE үлгісінде жасалған пеш ішіндегі температуралық өрістердің таралуы. Суретте жылу өткізгіштік пен диффузияның стационарлық емес процестерін сипаттау үшін қолданылатын параболалық теңдеулер негізінде есептелген температура өрістерінің уақыт бойынша динамикалық өзгеруі көрсетілген.

MATLAB PDE Toolbox жүйесінде модельді енгізудің соңғы кезеңі берілген шекаралық шарттар мен жылу көздерін ескере отырып, жылу өткізгіштік теңдеулерінің цифрлық шешімі болды. Триангуляциялық торды инициализациялаудан және физикалық параметрлерді орнатудан кейін (тығыздық, жылу өткізгіштік және материалдардың жылу сыйымдылығы) температуралық өрістердің динамикасын талдау үшін уақыт аралықтарында есептеулер жүргізілді. Алынған нәтижелер пеш аймағындағы жылуды бөлу процесін көрсететін температуралық карталар түрінде бейнеленеді (4-сурет). Бұл тәсіл модельдің тиімділігін

бағалауға ғана емес, сонымен қатар оны одан әрі кеңейтуге және күрделірек өндірістік жүйелерде қолданудың негізін салуға мүмкіндік береді.

Зерттеу нәтижелері

1. Температуралық өрістердің динамикасын талдау

Модельдеу нәтижелері температураның жылу көздерінен орталық аймақтарға біртіндеп таралуын көрсетеді. Жылуды конвекция принципі бойынша тасымалдайтын жоғарғы элемент және кондукция принципі бойынша жұмыс істейтін төменгі элемент өнімнің қыздыру сипатын анықтайды. Бастапқы кезеңдерде өнімнің төменгі бөлігі жылдам қызуы орын алады, бұл оның қатаюуына әкеледі және ылғалдың төмен қарай жоғалуын болдырмайды. Бұл жылуды бөлу өнімнің ішінде ылғалды ұстауға мүмкіндік береді және дайын өнімнің кеуекті және сынғыш құрылымының пайда болуына ықпал етеді. $t = 2,5$, $t = 5,0$ және $t = 10,0$ уақыт қадамдары пештің жұмыс камерасының ішінде біркелкі температура профилінің қалыптасуын анық көрсетеді.

2. Модельдеу нәтижелеріне параметрлердің әсері

- Жылу көздері: жоғарғы элемент (конвекция) және төменгі элемент (кондукция) температураның біркелкі таралуына және өнімдердің ылғалдылығын сақтауға жағдай жасайды [10]. Өнімнің төменгі бөлігінің жылдам қатаюуы ылғалдың төменге ағып кетуіне жол бермейді, ал үстіңгі бөлікті жұмсақ жылыту кеуектілік пен сынғыштық үшін оңтайлы жағдай жасауға көмектеседі.
- Материалдардың физикалық параметрлері: Жылу өткізгіштік коэффициенттері, материалдың тығыздығы және меншікті жылу сыйымдылығы жылудың таралу сипатына және оның тұрақты температуралық үлестірімге жету уақытына тікелей әсер етеді.
- Геометрия және кеңістіктік тор: Ақырлы элементтер әдісін (FEM) пайдалану модельдеудің дәлдігін қамтамасыз етті және жылу берудегі уақытша және кеңістіктік өзгерістерді есепке алды.

3. Алынған мәліметтердің цифрлық егіздер үшін маңыздылығы

Алынған температура үлестірімі тамақ өнеркәсібінде қолданылатын пештердің цифрлық егіздерін жасау үшін негіз бола алады. Модель келесідей мүмкіндіктер береді:

- Өнімнің сапасы мен құрылымын жақсарту үшін термиялық өңдеу режимдерін оңтайландыру.
- Температураны дәл бақылау арқылы энергия тиімділігін арттыру.
- Материалдың физикалық қасиеттерінің жылу алмасуға әсерін ескеру.
- ParaView және SIEMENS орталарында әрі қарай зерттеу және модельдеу, мұнда функционалдылықты кеңейтуге және процестерді егжей-тегжейлі 3D модельдеуге болады.

4. Модельді қолдану мүмкіндіктері

Әзірленген модель нақты өндірістік процестерге бейімделуі мүмкін, мысалы:

- Нан өнімдерін пісіру.
- Азық-түлік өнімдерін кептіру және термиялық өңдеу.
- Температураны бақылау және технологиялық жүйелерді оңтайландыру.

5. Модельдің шектеулері және одан әрі зерттеу бағыттары

- Шектеулер: Ағымдағы модельдеу радиациялық және сыртқы ауа конвекция процестерін есепке алмайды, бұл нақты жағдайлар үшін болжамдардың дәлдігіне әсер етуі мүмкін.
- Жақсартулар: фазалық ауысуларды қосу, сыртқы ауа ағындарын модельдеу және күрделірек 3D үлгілерін пайдалану нәтижелердің дәлдігін жақсартады.

Болашаққа бағдар: одан әрі зерттеулер ParaView және SIEMENS [11] орталарында дәлірек цифрлық егіздерді әзірлеуге бағытталуы мүмкін, бұл егжей-тегжейлі процестерге және модельді әртүрлі өндірістік жағдайларға бейімдеуге мүмкіндік береді.

Қорытынды

Зерттеу жұмысының соңында ойымызды қорытындыласақ, модельдеу нәтижелері тамақ өнеркәсібіндегі термиялық өңдеу процестерін оңтайландыруға мүмкіндік беретін жылу беру мен температура өрісінің динамикасын сипаттаудың жоғары дәлдігін көрсетеді. Алынған деректер барлық физикалық және технологиялық факторларды ескере отырып, нақты өндірістік жағдайларды имитациялауға қабілетті анағұрлым жетілдірілген цифрлық егіздердің дамуының негізін қалайды. Модельді ParaView және SIEMENS бағдарламалық орталарына одан әрі интеграциялау өндірістік процестерді егжей-тегжейлі талдау және оңтайландыру үшін жаңа мүмкіндіктер береді. Бұл энергия тиімділігін арттыруға, соңғы өнімнің сапасын жақсартуға және термиялық өңдеудің барлық кезеңдерінде жоғалтуларды азайтуға мүмкіндік

береді. Жалпы алғанда тамақ өнеркәсібінің цифрлық егіздерін жасау – бұл болашақта процесстерді цифрлық моделдеуге, автоматтандыруға, үлкен шығын шығармай жаңа нұсқаларды жобалауға, барлық болып жатқан процесстерді бақылауға және басқаруға мүмкіндік береді.

Әдебиеттер

1. Digital twins of food process operations: the next step for food process models? / P. Verboven et al // *Current Opinion in Food Science*. – 2020. – Vol. 35. – P. 79-87.
2. Huang Y. Implementation of Digital Twins in the Food Supply Chain / Y. Huang, Dr A. Ghadge, N. M. Yates // *A Review and Conceptual Framework. International Journal of Production Research*. – 2023. – 28 p. <https://doi.org/10.1080/00207543.2024.2305804>.
3. Тукембаева Г.Ч. Моделирование уравнений термодинамики динамическими системами / Г.Ч. Тукембаева, Б.К. Темиров // *Проблемы автоматизации и управления*. – 2023. – № 2. – С. 109-115.
4. Сидельникова Н.А. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка: учебное пособие / Н.А. Сидельникова; Башкирский государственный университет. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2020.
5. Неробеев А.Д. Методы решения уравнений теплопроводности / А.Д. Неробеев, О.Д. Дячкин // *Технологии физики, автоматизации и информатики. Актуальные исследования в современной науке*. – 2020. – С. 50-51.
6. Мухидова Г.Э. Применение метода конечных элементов к одной задаче теплопередачи / Г.Э. Мухидова // *International Conference on Learning and Teaching*. – 2022. – Т. 1, № 7. – С. 388-390.
7. Das S. *An Introduction to Finite Element Analysis Using Matlab Tools*. – Springer, 2023.
8. Arendt W. Dirichlet and Neumann boundary conditions: What is in between? / W. Arendt, M. Warma // *Nonlinear Evolution Equations and Related Topics: Dedicated to Philippe Bénilan*. – 2004. – P. 119-135.
9. Dehghan M. Parameter determination in a partial differential equation from the overspecified data / M. Dehghan // *Mathematical and computer modelling*. – 2005. – Т. 41, № 2-3. – P. 196-213.
10. Cess R.D. The interaction of thermal radiation with conduction and convection heat transfer / R.D. Cess // *Advances in heat transfer*. – Elsevier, 1964. – Т. 1. – P. 1-50.
11. Digital twin in a manufacturing integrated system: Siemens TIA and PLM case study / D.A. Guerra-Zubiaga et al // *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*. – American Society of Mechanical Engineers, 2019. – Т. 59384. – P. V02BT02A008.

References

1. Digital twins of food process operations: the next step for food process models? / P. Verboven et al // *Current Opinion in Food Science*. – 2020. – Vol. 35. – P. 79-87. (In English).
2. Huang Y. Implementation of Digital Twins in the Food Supply Chain / Y. Huang, Dr A. Ghadge, N. M Yates // *A Review and Conceptual Framework. International Journal of Production Research*. – 2023. – 28 p. <https://doi.org/10.1080/00207543.2024.2305804>. (In English).
3. Tukembaeva G.CH. Mdelirovanie uravnenii termodinamiki dinamicheskimi sistemami / G.CH. Tukembaeva, B.K. Temirov // *Problemy avtomatiki i upravleniya*. – 2023. – № 2. – S. 109-115. (In Russian).
4. Sidel'nikova N.A. Differentsial'nye uravneniya v chastnykh proizvodnykh pervogo poryadka: uchebnoe posobie / N.A. Sidel'nikova; Bashkirkii gosudarstvennyi universitet. – Ufa: RITS BaSHGU, 2020. (In Russian).
5. Nerobeev A.D. Metody Resheniya Uravnenii Teploprovodnosti / A.D. Nerobeev, O.D. Dyachkin // *Tekhnologii fiziki, avtomatizatsii i informatiki. Aktual'nye issledovaniya v sovremennoi nauke*. – 2020. – S. 50-51. (In Russian).
6. Mukhidova G.EH. Primenenie metoda konechnykh ehlementov k odnoi zadache teploperedachi / G.EH. Mukhidova // *International Sonference on Learning and Teaching*. – 2022. – Т. 1, № 7. – S. 388-390. (In Russian).
7. Das S. *An Introduction to Finite Element Analysis Using Matlab Tools*. – Springer, 2023. (In English).
8. Arendt W. Dirichlet and Neumann boundary conditions: What is in between? / W. Arendt, M. Warma // *Nonlinear Evolution Equations and Related Topics: Dedicated to Philippe Bénilan*. – 2004. – R. 119-135. (In English).

9. Dehghan M. Parameter determination in a partial differential equation from the overspecified data / M. Dehghan // Mathematical and computer modelling. – 2005. – Т. 41, № 2-3. – Р. 196-213. (In English).
10. Cess R.D. The interaction of thermal radiation with conduction and convection heat transfer / R.D. Cess // Advances in heat transfer. – Elsevier, 1964. – Т. 1. – Р. 1-50. (In English).
11. Digital twin in a manufacturing integrated system: Siemens TIA and PLM case study / D.A. Guerra-Zubiaga et al // ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition. – American Society of Mechanical Engineers, 2019. – Т. 59384. – Р. V02BT02A008. (In English).

Берілген мақала «BR24992975 Жасанды интеллект және IIoT технологияларын қолдана отырып, тамақ өңдеу кәсіпорнының цифрлық егізін жасау» жобасының қолдауымен жазылған.

Қ. Махамбетов*, Б.А. Бельгибаев¹, N. Kunicina²

¹Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
050040, Республика Казахстан, г. Алматы, ул. Аль-Фараби, 71

²Riga Technical University
LV-1048, Latvia, Riga, Kipsalas Street, 6A

*e-mail: 1998kaldybek@gmail.com

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ MATLAB PDE TOOLBOX ДЛЯ СОЗДАНИЯ ЦИФРОВЫХ ДВОЙНИКОВ В ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

В статье рассматривается подход к моделированию термодинамических процессов в производственных системах пищевой промышленности с использованием MATLAB PDE Toolbox. Основной целью исследования является создание цифровых двойников, которые позволяют имитировать тепловые процессы и оптимизировать производственные операции. Работа фокусируется на применении уравнений теплопроводности с учетом граничных условий Неймана и Дирихле, что обеспечивает точность и достоверность моделирования. Представлены результаты вычислительных экспериментов, демонстрирующие динамические изменения температурных полей в 2D-пространстве. Основное внимание уделено влиянию физических параметров, таких как теплопроводность, плотность и удельная теплоемкость, на распределение температуры. Полученные данные могут быть использованы для повышения энергоэффективности и качества производственных процессов в пищевой отрасли.

В результате исследования была разработана модель, описывающая температурные поля в среде MATLAB PDE Toolbox. Разработанная модель служит основой для дальнейших исследований в области цифровых двойников и интеграции с промышленными инструментами моделирования, такими как SIEMENS NX, а также платформами PML. В ходе данного исследования были протестированы различные коэффициенты теплопередачи и граничные условия, что позволило определить оптимальные параметры модели. Итоговый результат, представленный в конце статьи, демонстрирует плавное и корректное распределение термодинамических процессов, подтверждая эффективность предложенного подхода. В перспективе данный подход может быть использован для создания более сложных виртуальных производственных систем, позволяющих не только анализировать тепловые процессы, но и разрабатывать интеллектуальные системы управления термообработкой, улучшая адаптивность и эффективность технологических процессов.

Ключевые слова: цифровые двойники, теплопередача, MATLAB PDE Toolbox, МКЭ, уравнение теплопроводности, граничные условия, численное моделирование, анализ температурных полей, энергоэффективность, оптимизация тепловых процессов.

K. Makhambetov*, B.A. Belgibaev¹, N. Kunicina²

¹Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan
050040, Republic of Kazakhstan, Almaty, Al-Farabi St., 71

²Riga Technical University
LV-1048, Latvia, Riga, Kipsalas Street, 6A

*e-mail: 1998kaldybek@gmail.com

MODELING THERMODYNAMIC PROCESSES USING MATLAB PDE TOOLBOX FOR CREATING DIGITAL TWINS IN THE FOOD INDUSTRY

The article discusses an approach to modeling thermodynamic processes in food industry production systems using MATLAB PDE Toolbox. The main goal of the research is to create digital twins that allow simulating thermal processes and optimizing production operations. The work focuses on the application of

heat equations taking into account the Neumann and Dirichlet boundary conditions, which ensures the accuracy and reliability of modeling. The results of computational experiments demonstrating dynamic changes in temperature fields in 2D space are presented. The main attention is paid to the influence of physical parameters such as thermal conductivity, density and specific heat capacity on temperature distribution. The obtained data can be used to improve energy efficiency and quality of production processes in the food industry.

As a result of the research, a model describing temperature fields was developed in the MATLAB PDE Toolbox. The developed model serves as a basis for further research in the field of digital twins and integration with industrial modeling tools such as SIEMENS NX, as well as PML platforms. During this study, various heat transfer coefficients and boundary conditions were tested, which made it possible to determine the optimal model parameters. The final result, presented at the end of the article, demonstrates a smooth and correct distribution of thermodynamic processes, confirming the effectiveness of the proposed approach. In the future, this approach can be used to create more complex virtual production systems that allow not only to analyze thermal processes, but also to develop intelligent heat treatment control systems, improving the adaptability and efficiency of technological processes.

Key words: digital twins, heat transfer, MATLAB PDE Toolbox, FEM, heat equation, boundary conditions, numerical modeling, temperature field analysis, energy efficiency, thermal process optimization.

Авторлар туралы мәліметтер

Қалдыбек Махамбетов* – PhD докторант, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан; e-mail: 1998kaldybek@gmail.com.

Бауыржан Бельгибаев – доцент, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан; e-mail: bbelgybaev@list.ru.

Nadezda Kunicina – Professor, Riga Technical University, Рига, Латвия; e-mail: Nadezda.Kunicina@rtu.lv.

Сведения об авторах

Калдыбек Махамбетов* – PhD докторант, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан; e-mail: 1998kaldybek@gmail.com.

Бауыржан Бельгибаев – доцент, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан; e-mail: bbelgybaev@list.ru.

Nadezda Kunicina – Professor, Riga Technical University, Рига, Латвия; e-mail: Nadezda.Kunicina@rtu.lv.

Information about the authors

Kaldybek Makhambetov* – PhD student, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan; e-mail: 1998kaldybek@gmail.com.

Baurzhan Belgibaev – Associate Professor, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan; e-mail: bbelgybaev@list.ru.

Nadezda Kunicina – Professor, Riga Technical University, Riga, Latvia; e-mail: Nadezda.Kunicina@rtu.lv.

Редакцияға енуі 04.04.2025

Өңдеуден кейін түсуі 22.06.2025

Жариялауға қабылданды 23.06.2025

[https://doi.org/10.53360/2788-7995-2025-3\(19\)-6](https://doi.org/10.53360/2788-7995-2025-3(19)-6)

MPHTI: 81.93.29



А.М. Нурушева*, Д.Ж. Сатыбалдина, А.К. Шайханова, А.Р. Кусаинов

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева,

010008, Республика Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2

*e-mail: asselnurusheva7@gmail.com

РАЗРАБОТКА МЕТОДА АНАЛИЗА РИСКОВ КИБЕРБЕЗОПАСНОСТИ НА ПРИМЕРЕ КРИТИЧЕСКИ ВАЖНЫХ ОБЪЕКТОВ ТРАНСПОРТНОЙ КОМПАНИИ

Аннотация: В этом исследовании описана комплексная методология анализа рисков кибербезопасности в критически важных информационных системах транспортной компании с упором на системы диспетчерского управления и сбора данных (Supervisory Control and Data Acquisition, SCADA-системы), платформы управления транспортом и решения по продаже билетов. Предложенный подход оценки рисков соответствует международным стандартам и